


Conservation Laws and Symmetry of Space and time

对称性与守恒定律



从十分复杂的实验中所引导出来的一些对称性，有高度的单纯与美丽。这些发展给了物理学工作者鼓励与启示。他们渐渐了解到自然现象有着美妙的规律，而且是他们可以希望了解的规律。

--- 杨振宁

结构框图

```
graph LR; A[对称性概念] --> B[对称性原理]; B --> C[对称性与守恒定律]; C --> D[对称性的自发破缺]
```

由简单到复杂，由感性到理性，由具体到抽象，初步理解关于对称性的基本概念，认识对称性思想方法的重要意义。

重点：对称性概念，
时空对称性与力学中三个守恒定律的联系

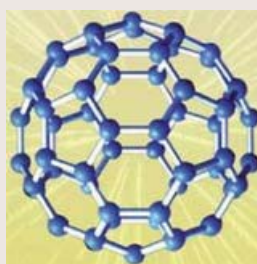
难点：对称性原理，对称性方法

学时：2

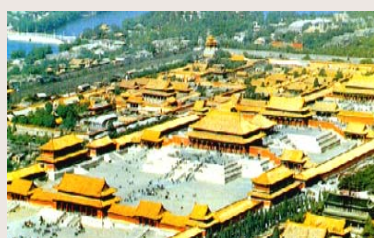
对称性的概念最初来源于生活：动物、植物、建筑、文学艺术.....



何其相似!

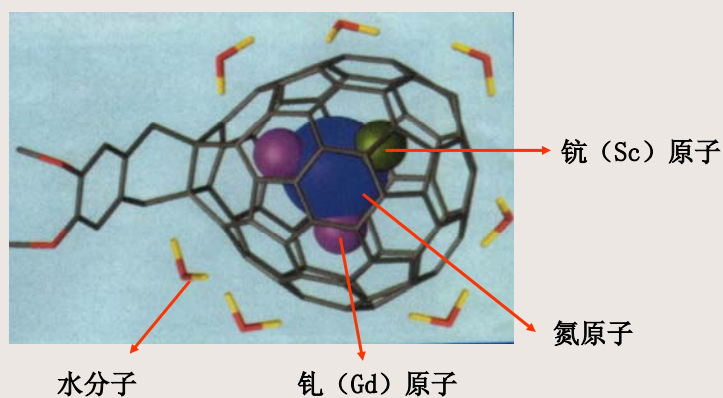


C₆₀分子结构(巴基球)



截角正20面体，每个顶点上一个C原子，构成笼状32面体（20个六边形，12个五边形）。1985年发现（1996 诺贝尔化学）开创有机化学新篇章。

药物设计应用举例：一种新开发的用于磁共振成像的水溶性造影剂，避免其中金属原子对人体的潜在危害。



文学创作中的对称

雾锁山头山锁雾
天连水尾水连天

福建厦门鼓浪
屿的一幅对联

凉风动水碧莲香
长日夏凉风动水
水动风凉夏日长
香莲碧水动风凉

清代女诗人吴绛雪的
《四季回文诗·夏》

香莲碧水动风凉 水动风凉夏日长 | 长日夏凉风动水 凉风动水碧莲香

镜面对称

一、物理学中的对称性

关于对称的基本概念

被研究的对象——**体系**

对体系的描述——**状态**

体系从一个状态到另一个状态的变化——“**变换**”或“**操作**”

变换前后体系状态相同——“**等价**”或“**不变**”

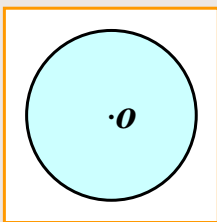
如果一个操作能使某体系从一个状态变换到另一个与之等价的状态，即体系的状态在此操作下保持不变，则该体系对这一操作**对称**，这一操作称为该体系的一个**对称操作**。

体系的所有对称操作的集合——**对称群**

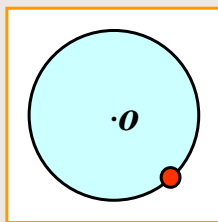
空间对称性

1. 空间旋转对称

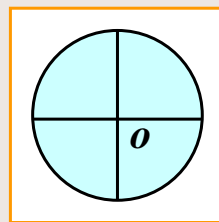
例如



对绕 O 轴旋转任意角的操作对称



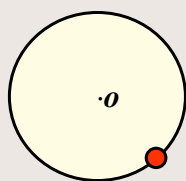
对绕 O 轴旋转 2π 整数倍的操作对称



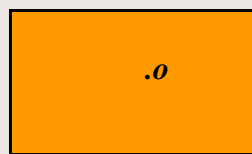
对绕 O 轴旋转 $\pi/2$ 整数倍的操作对称

若体系绕某轴旋转 $2\pi/n$ 后恢复原状，则称该体系具有 n 次对称轴。

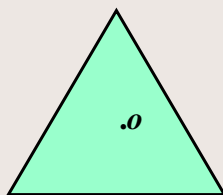
1次轴



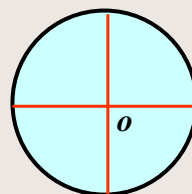
2次轴



3次轴



4次轴



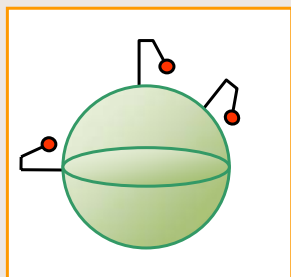
是固体物理中研究晶体结构的重要概念。

物理定律的旋转对称性——空间各向同性

(空间各方向对物理定律等价, 没有哪一个方向具有特别优越的地位)。

物理定律的数学形式在旋转操作中保持不变。

实验仪器方位旋转, 实验结果不变。



例如: 实验仪器取向不同, 得出的单摆周期公式相同。

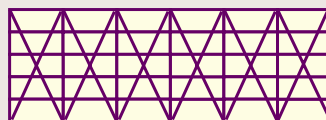
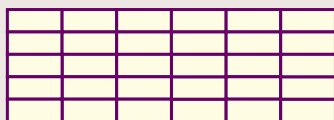
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

2. 空间平移对称

无限长直线: 对沿直线移动任意步长的平移操作对称。

无限大平面: 对沿面内任何方向、移动任意步长的平移操作对称。

平面网格: 对沿面内某些特定方向、移动特定步长的平移操作(不变元)对称。



一个图形可以有很多不变元。

应用: 晶体的很多性质, 只决定于它的不变元的结构。两个化学成分完全不一样的晶体, 如果它们的不变元完全一样, 那么它们就具有许多相同的性质。

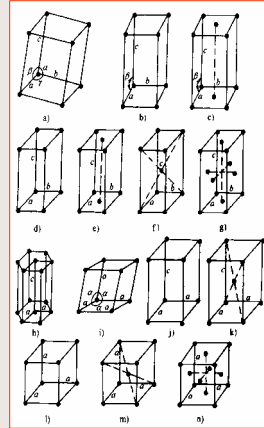
晶体空间点阵理论 - 固体理论的重要支柱

二维空间:

17种不变元结构, 17个不同的二维空间群。

三维空间:

230种不变元结构, 晶体有230种晶胞, 任何晶体的空间点阵一定属于这230个空间群。



历史上晶体学研究的一个里程碑布拉维空间点阵 (14种)

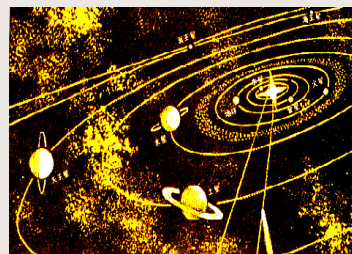
物理定律的平移对称性——空间均匀性

(空间各位置对物理定律等价, 没有哪一个位置具有特别优越的地位。)

物理定律的数学形式在平移操作中保持不变。

物理实验可以在不同地点重复, 得出的规律不变。

例如: 在地球、月球、火星、河外星系...进行实验, 得出的引力定律 (万有引力定律、广义相对论) 相同。



3. 空间反射对称 (镜象对称、左右对称、宇称)

相应的操作是空间反射 (镜面反射)。



动物在镜子面前的表现可以反映其智力高低。

令人意想不到的是,一面镜子竟然能够在拯救一个物种中发挥作用:

红鹤因为其镜像而以为自己处在大群中,获得安全感而繁殖。

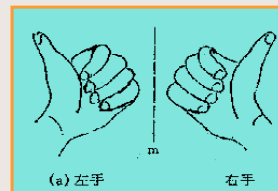
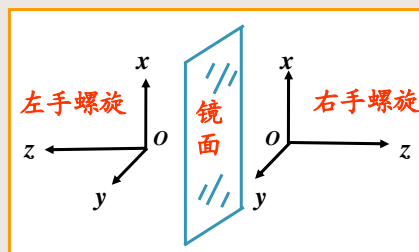


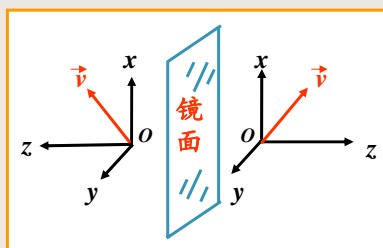
左右对称与平移、旋转不同:

(例如手套、鞋)



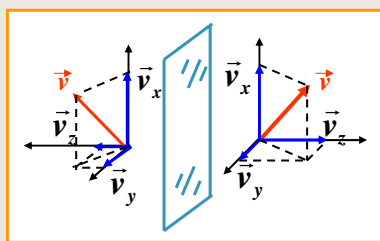
物理学中的矢量,在空间反射操作下怎样变化?





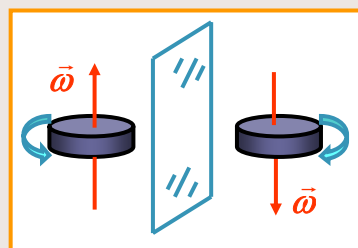
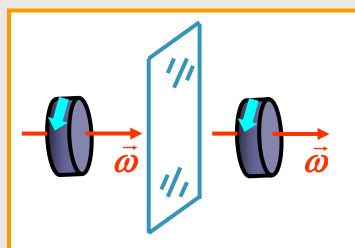
极矢量:

例如: $\vec{r}, \vec{v}, \vec{a}, \vec{E} \dots$



平行于镜面的分量:
方向不变;
垂直于镜面的分量:
方向反向。

轴矢量 (赝矢量): 例如: $\vec{\omega}, \vec{L}, \vec{B} \dots$



垂直于镜面的分量: 方向不变

平行于镜面的分量: 方向反向

物理定律的空间反射对称性:

如果在镜象世界里的物理现象不违反已知的物理规律, 则支配该过程的物理规律具有空间反射对称性。

时间对称性

1. 时间平移对称性

一个静止不动或匀速直线运动的体系对任何时间间隔 Δt 的时间平移表现出不变性;

而周期性变化体系(单摆、弹簧振子)只对周期 T 及其整数倍的时间平移变换对称。

物理定律的时间平移对称性:

物理定律的数学形式不随时间变化。
物理实验可以在不同时间重复, 其遵循的规律不变。

2. 时间反演对称性 ($t \rightarrow -t$ 的操作、时间倒流)

某些理想过程: 无阻尼的单摆
自由落体..... } 时间反演不变

$$\vec{F} = m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} \rightarrow \vec{F} = m \frac{d^2 \vec{r}}{d(-t)^2}$$

牛顿定律具有时间反演对称性

将无阻尼的单摆（保守系统）拍成影片，将影片倒着放，其运动不会有任何改变——保守系统具有时间反演对称性。

但生活中的许多现象不具有时间反演不变性：

武打片动作的真实性：紧身衣~真实，大袍~不真实；
热功转换；扩散现象；生命现象.....

非保守系统中的过程不具有时间反演对称性，
实际宏观过程不具有时间反演对称性——热力学第二定律。



霍金（英，1942-）

时间箭头 { 热力学箭头
心理学箭头
宇宙学箭头

其它对称性举例

1. 标度变换对称性——放大或缩小

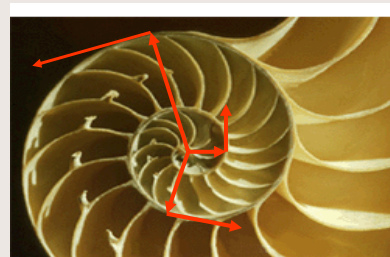
图形对于标尺的涨缩具有不变性

- 整个图形放大或缩小时，只需转过一定角度就与原图重合。

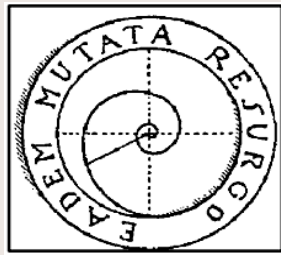
例如

对数螺线：

位矢与切线间的夹角保持恒定



鹦鹉螺壳的标度不变性



伯努利墓碑

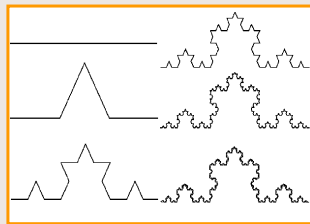
“虽然改变了，我还是和原来一样。”

——伯努利（瑞士.1700 - 1782）墓志铭

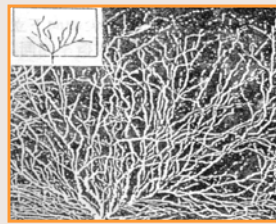
向日葵上的对数螺线



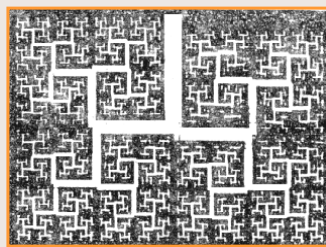
• 分形结构：具有整体与部分的自相似性



三分法科赫曲线

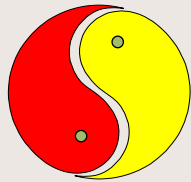


绝缘体电击穿时的电子路径

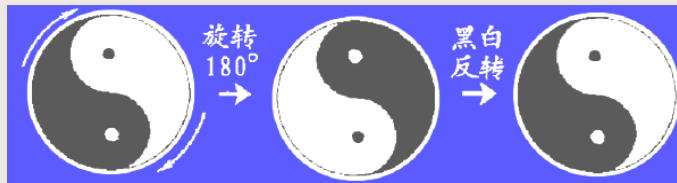


曼德耳布罗特的
支气管树模型

2. 置换对称性 (联合变换)



“互斥即互补”



荷兰画家埃舍尔 (M. C. ESCHER) 的骑士图和猛兽图对镜象反射加上黑白置换和必要的平移操作才构成对称操作。



黑白 - 对应于原子磁矩的正反取向 - 描述磁有序结构对称性 - 磁空间群

黑白 - 更多颜色 - n 维对称群 - 描述准周期结构

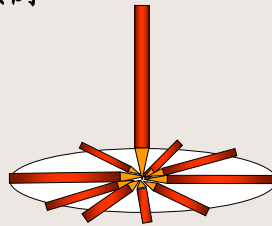
例2. 根据对称性原理解释足球场上的“香蕉球”



结果: 足球的运动偏离了重力和初速决定的平面

原因: 一定存在对重力和初速所决定的平面不对称的因素，即球被踢出时是旋转的。

例3. 铅笔的倾倒



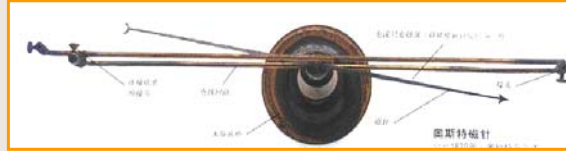
原因: 具有轴对称性

结果: 也具有轴对称性，铅笔向各个方向倒下的概率相同。

原因中的对称性反映在全部可能的结果的集合中。

例4. 奥斯特实验

1820年4月：丹麦物理学家奥斯特（1777~1851）发现电流的磁效应。



“猛然打开了科学中一个黑暗领域的大门。”

——法拉第

马赫的困惑：



马赫
(奥地利)
1838-1916

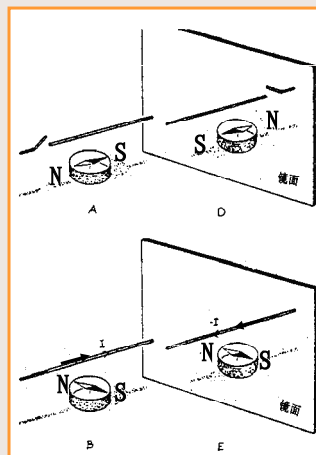
条件 -

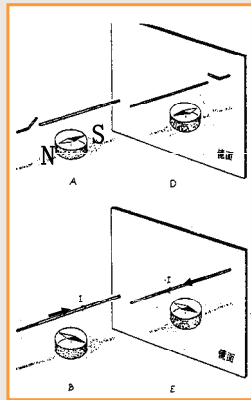
导线、磁针均垂直于镜面

结果 -

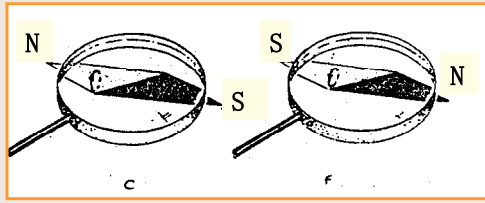
磁针偏转，与镜面平行。

镜面内右手螺旋法则不成立。



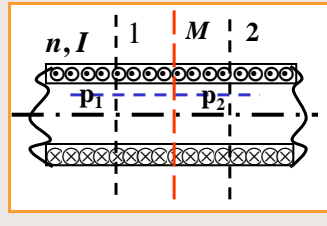
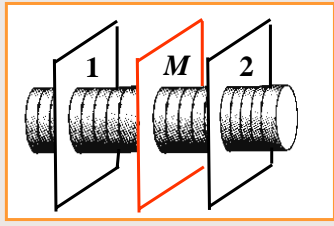


解释: 磁针磁性是安培分子电流形成的, 条件中存在平行于镜面的因素。



解释: 镜面内分子电流反向, 磁针N, S极互换, 右手螺旋法则仍有效。该过程的物理定律具有镜象对称性。

例5. 长直密绕载流螺线管内磁感应线的形状

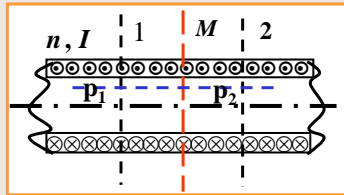
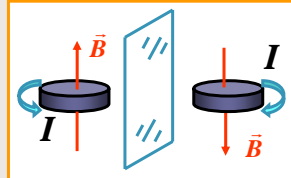
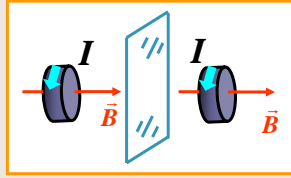


无限长: M 、1、2面均可视为中垂面, 其上离轴线距离相等的点彼此等价, 其磁感应强度大小、方向相同。

即: 平行于轴的直线上的点具有平移对称性

又: 1、2面到 M 距离相等, 关于 M 镜像对称, 可证明其上各点磁感应强度方向只能与轴线平行。

$\vec{B} \Rightarrow$ 轴矢量



要求 $\vec{B}_{P1} = \vec{B}_{P2}$

\vec{B} : 只能平行于轴线,
不能有垂直于轴线的分量。

$\therefore \vec{B} //$ 轴, 磁感应线与轴平行。

三、对称性与守恒定律

1、诺特尔 (德国女数学家. 1883 ~ 1935) 定理

基本思想:

对称性 对应 守恒量 对应 守恒定律

严格的对称性——严格的守恒定律

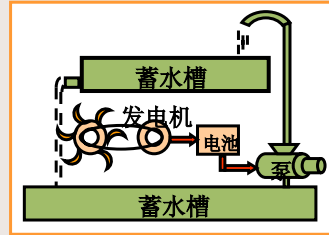
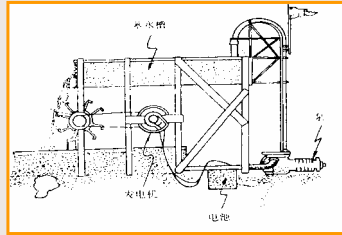
近似的对称性——近似的守恒定律

运用于物理学:

物理学中存在着许多守恒定律, 如能量守恒、动量守恒、角动量守恒、电荷守恒、奇异数守恒、重子数守恒.....这些守恒定律的存在并不是偶然的, 它们是自然规律具有各种对称性的结果。“对称性”是凌驾于物理规律之上的自然界基本规律。

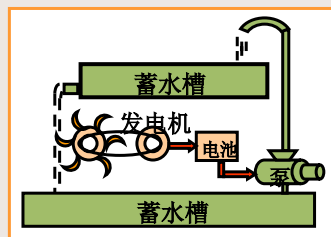
2、对称性与守恒定律（不严格证明，只建立联系）

例1. 时间平移对称性——能量守恒定律



马克永动机的设计原理

热力学第一定律—能量守恒—永动机不能制造成功



如果物理定律不具有时间平移对称性

设重力势能 $E_p = mgh$ 随时间变化

例如：白天 g' 大，晚上 g 小，则可晚上抽水贮存于 h 高度处，白天利用水的落差做功，可获得能量赢余

$$\Delta E = m g' h - m g h > 0$$

则永动机可以制造成功，违反能量守恒定律，说明能量守恒定律与时间平移对称性相关联。

例2. 空间平移对称性——动量守恒定律

动量守恒定律

质点系所受合外力为零时，其总动量为恒矢量。

孤立系统的质心以恒定的速度运动

来源于系统内力矢量和为零，

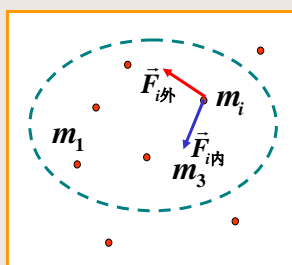
来源于作用与反作用等大反向。

思路：

空间平移对称性 - 作用与反作用等大反向

↓
动量守恒定律

复习：动量守恒来源于系统内力矢量和为零，



$$\frac{d\vec{p}_i}{dt} = \vec{F}_{i外} + \vec{F}_{i内}$$

$$\frac{d}{dt} \sum_i \vec{p}_i = \sum_i \vec{F}_{i外} + \sum_i \vec{F}_{i内}$$

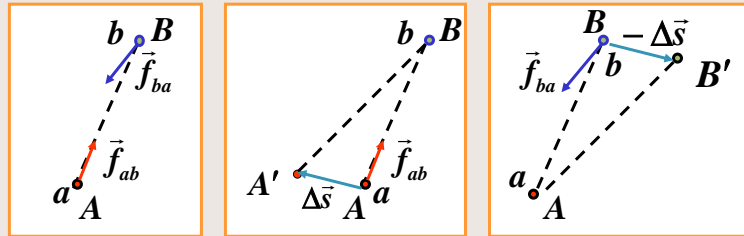
$$\vec{F}_{i内} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_{i内} = \mathbf{0}$$

$$\vec{F}_{外} = \sum_i \vec{F}_{i外} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$= 0$$

$$\vec{p} = \text{恒矢量}$$

设质点 a 、 b 分别位于 A 、 B ，相互作用的保守内力为 \vec{f}_{ab} 和 \vec{f}_{ba} ，相互作用势能为 E_p

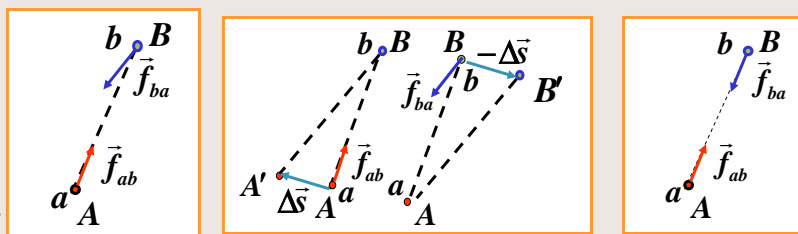


将 a 相对 b 从 A 移动到 A' ，两质点间相互作用势能增量为

$$\Delta E_p = -\vec{f}_{ab} \cdot \Delta \vec{s}$$

将 b 相对 a 从 B 移动到 B' ，两质点间相互作用势能增量为

$$\Delta E'_p = -\vec{f}_{ba} \cdot (-\Delta \vec{s}) = \vec{f}_{ba} \cdot \Delta \vec{s}$$



$$A'B = AB'$$

两种操作的结果：质点 a 、 b 的相对位置相同。系统在空间平移。

由空间平移对称性，系统势能只与相对位置有关，与整体平移无关。有：

$$E_p + \Delta E_p = E_p + \Delta E'_p$$

即 $\Delta E_p = \Delta E'_p$ ， $-\vec{f}_{ab} \cdot \Delta \vec{s} = \vec{f}_{ba} \cdot \Delta \vec{s}$ 得： $\vec{f}_{ab} = -\vec{f}_{ba}$

空间平移
对称性

作用与反作用
等大反向

动量守恒
定律

例3. 空间旋转对称性——角动量守恒定律

角动量守恒定律

质点系所受合外力矩为零时，其总角动量为恒矢量。

来源于质点系内力矩的矢量和为零，

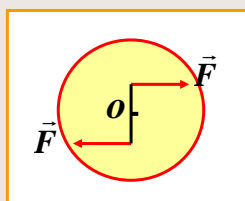
来源于质点间相互作用沿二者连线

思路：

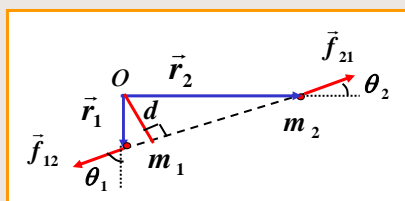
空间旋转对称性 - 作用力与反作用力在同一直线上

角动量守恒定律

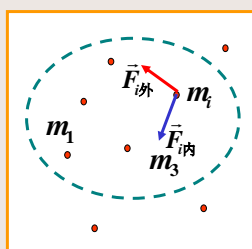
复习：角动量守恒来源于系统内力矩矢量和为零



$$\sum \vec{F} = 0, \sum \vec{M}_O \neq 0$$



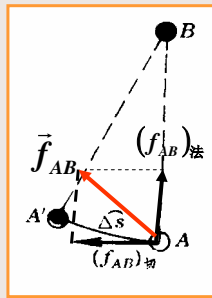
对作用与反作用：
$$\sum_i \vec{M}_{i内} = 0$$



$$\frac{d\vec{L}_i}{dt} = \vec{M}_{i外} + \vec{M}_{i内}$$

$$\frac{d}{dt} \sum_i \vec{L}_i = \frac{d\vec{L}}{dt} = \sum_i \vec{M}_{i外}$$

$$\vec{L} = \text{恒矢量} \quad = 0$$



设粒子对: A, B,

相互作用: $\vec{f}_{AB} = f_r \vec{e}_r + f_n \vec{n}$

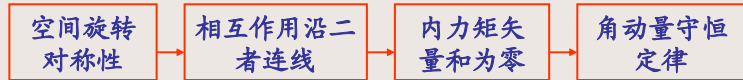
固定B, A沿 $\Delta\hat{s}$ 至 A'

系统相互作用势能增量:

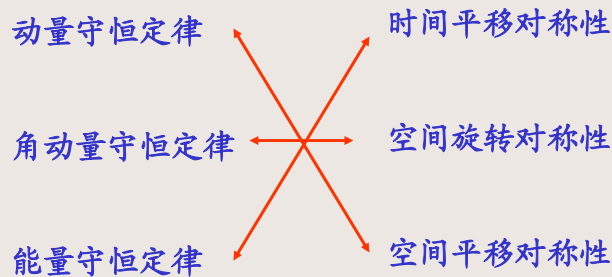
$$\Delta E_p = -\int \vec{f}_{AB} \cdot d\vec{s} = -f_r \Delta\hat{s}$$

空间旋转对称性 - 空间各向同性 - 相互作用势能只与二者距离有关, 与二者连线在空间取向无关 - 此操作不改变系统势能。

$$\Delta E_p = -f_r \Delta\hat{s} = 0 \rightarrow f_r = 0, \vec{f}_{AB} = f_n \vec{n}$$



练习: 将守恒定律与其相关的时空对称性连接起来。



教材 149页 表7.2-1 对称性与守恒定律对应关系

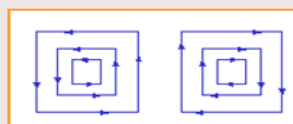
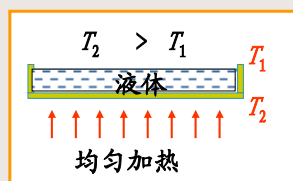
- 参考书: 1. 《可怕的对称》
 (美)阿·热 著 湖南科技出版社 1992年
2. 《定性与半定量物理学》
 赵凯华 著 高等教育出版社 1991年
3. 《对称、不对称和粒子世界》
 李政道著 科学出版社 1991年
4. 《杨振宁文录》
 杨振宁著 海南出版社 2002年

四. 对称性的自发破缺

1. 对称性的自发破缺

原来具有较高对称性的系统出现不对称因素, 其对称程度自发降低—— 对称性自发破缺。

例1. 贝纳德对流



例2. 弱作用中宇称不守恒

宇称守恒——与微观粒子的镜像对称性相联系的守恒定律。强作用下宇称守恒得到实验证实。

但对 τ 和 θ 粒子的衰变，它们质量相等，电荷相同，寿命也一样。但它们衰变的产物却不相同，即

$$\tau^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^- \text{ 或 } \tau^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0 + \pi^0$$

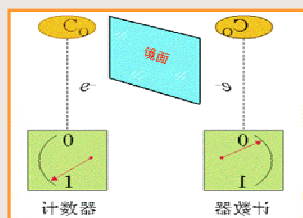
$$\theta^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$$

它们究竟是否同一种粒子？

1956年，李政道 杨振宁为解决“ θ - τ ”难题，

提出弱作用中宇称可以不守恒。

1957年，吴健雄在 10^{-2} K 下做 ^{60}Co β 衰变实验，用核磁共振技术使 ^{60}Co 核自旋按确定方向排列，观察 β 衰变后的电子数分布，发现无镜像对称性 —— 证明了弱作用的宇称不守恒性。李政道 杨振宁获1957年诺贝尔物理学奖。



实验原理示意图



中国的居里夫人
吴健雄
(1912-1997)



左：李政道（1926—）
右：杨振宁（1922—）

所有对称性都是基于某些基本量不可观测的假设。

镜象反射对称 —— 左右是相对的

空间平移对称 —— 宇宙没有中心

空间旋转对称 —— 空间没有绝对方向

一旦一个不可观测量变成可观测量——对称性破缺

例3. 对称性破缺——牛顿运动定律

- 1) 空间绝对位置是不可测量的 → 空间具有平移对称性
→ 孤立系统的质心作匀速直线运动 → 动量守恒
当系统所受合外力不为零时，空间的均匀性破缺，

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_{\text{外}} \quad \text{--- 牛顿第二定律}$$

动量守恒定律比牛顿定律更基本，适用范围更广。

动量守恒定律不仅适用于机械运动，而且适用于电磁运动、热运动和微观粒子的运动；不仅适用于低速运动，而且适用于高速运动。

- 2) 空间绝对方向是不可测量的 → 空间具有旋转对称性
→ 角动量守恒

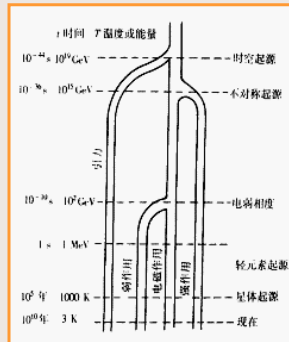
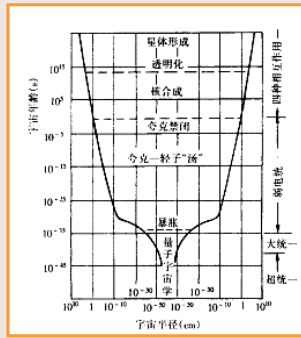
当有力矩作用于质点系时，力矩的方向为一可测量方向，空间旋转对称性发生破缺。因此，角动量将不再守恒，其规律为角动量定理：

$$\vec{M}_{\text{外}} = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad \left\{ \begin{array}{l} \int_{t_1}^{t_2} \vec{M}_{\text{外}} dt = \Delta \vec{L} \\ M_{\text{轴}} = \frac{dL_z}{dt} = J \frac{d\omega}{dt} = J\beta \end{array} \right.$$

2. 对称性破缺与自然界的进化

宇宙起源大爆炸说:

宇宙极早期 (完全对称统一) —— 体积膨胀, 温度降低 (对称破缺), 产生时空——粒子、原子——物质。



宇宙演化 (物质及相互作用生成) 简图

生命的起源:

无机物 — 有机物 — 光活性物质 — 原始生命

光活性物质: 左右不对称 (立体异构) 分子

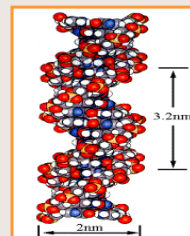
无生命世界: 左右不对称的对映异构体等量存在

生物体: 左手性和右手性分子不等量

时空、不同种类的粒子、不同种类的相互作用、整个复杂纷纭的自然界, 包括人类自身, 都是对称性自发破缺的产物。

对称性破缺的机制:

真空的性质? 前沿课题。



DNA分子的双螺旋结构: 大部分为右旋的。

五. 对称性思想方法的重要意义

1. 对称性是科学理论必须具备的基本特征

现代物理：建立在“假说”基础上的理论体系
其正确性需要检验：证实或证伪

要求实验行为可以重复，实验结果可以再现：

不因地而异——空间平移、旋转对称性

不因时而异——时间平移对称性

不因人而异——相对论的对称性

↓
参考系

2. 对称性是现代物理中重要的思想方法

• 由数学变换（对称操作），猜测物理系统的对称性
→ 预言相应的守恒量和守恒定律 → 实验检验。

• 实验中发现守恒量 → 寻找物理系统的对称性
→ 建立理论。

例：狄拉克从他的 Dirac 方程的对称性，预言了正电子的存在 → 对反粒子、反物质的探索。

爱因斯坦从物理定律对参考系的不变性出发，建立狭义相对论和广义相对论。

3. 对称性体现物理学简单、和谐、统一的审美原则



在哺育人的天赋才智的多种多样的科学和艺术中，我认为首先应该用全副精力来研究那些与最美的事物有关的东西。

---哥白尼《天体运行论》



让方程式优美比让方程式符合实验更重要.....因为差异可能是由于未能适当地考虑一些小问题造成的，而这些问题将会随着理论的发展得到澄清。在我看来，假如一个人在进行研究时着眼于让他的方程式优美，假如他真有正常的洞察力，那么他就肯定会获得进步。

---狄拉克(英,1902-1984)

美学在科学中的角色，是“纤细的筛子”，成为阐明和误解之间、讯号与杂讯之间的仲裁。

---彭加勒

物理学中美的概念：

现象之美（彩虹、行星轨道、原子光谱.....）

理论描述之美

（万有引力定律、库仑定律、热力学第一、第二定律.....）

理论结构（数学结构）之美

（元素周期表、麦克斯韦方程组、相对论力学、量子力学.....）

什么是上帝创造世界的原则？

自然的基本法则一定是简单的，自然的基本设计充满对称。——对称性越高越美。

对称性指导着学科的交叉、渗透、整合。